Les intervalles

Hossein Rahimzadehwww.cafeplanck.com  
info@cafeplanck.com

# Ensembles majoré et minoré

Soit  un ensemble de nombres réels.

## Ensemble majoré

L’ensemble  est *majoré* si :



Exemples :

1. Intervalle fermé :
2. Intervalle ouvert :
3. Intervalle semi-ouvert à gauche :
4. Intervalle semi-ouvert à droite :

## Ensemble minoré

L’ensemble  est *minoré* si :



Exemples :

1. Intervalle fermé :
2. Intervalle ouvert :
3. Intervalle semi-ouvert à gauche :
4. Intervalle semi-ouvert à droite :

# Ensembles borné et non borné

Soit  un ensemble de nombres réels.

## Ensemble borné

On dit que l’ensemble  est *borné* s’il est à la fois majoré et minoré.

L’ensemble  est *borné* si :



Exemples :

1. Intervalle fermé :
2. Intervalle ouvert :
3. Intervalle semi-ouvert à gauche :
4. Intervalle semi-ouvert à droite :

## Ensemble non borné

L’ensemble  est *non* *borné* si :



Exemples :

1. Intervalle fermé illimité à gauche :
2. Intervalle fermé illimité à droite :
3. Intervalle ouvert illimité à gauche :
4. Intervalle ouvert illimité à droite :

# Le plus grand et le plus petit élément d’un ensemble

Soit  un ensemble de nombres réels.

## Le plus grand élément d’un ensemble

Désignons par   le plus grand élément d’un ensemble :



Exemples :

1. Dans l’intervalle fermé  :



1. Dans l’intervalle ouvert  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à gauche  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à droite  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à droite  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à droite  :



## Le plus petit élément d’un ensemble

Désignons par  le plus petit élément d’un ensemble :



Exemples :

1. Dans l’intervalle fermé  :



1. Dans l’intervalle ouvert  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à gauche  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à droite  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à droite  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à droite  :



# Suprémum et Infimum d’un ensemble

Soit  un ensemble de nombres réels.

## La borne supérieur ou suprémum d’un ensemble

### Première définition (pour un ensemble majoré) :

On dit qu’un nombre  fini est La *borne supérieur* ou *suprémum* de  et on écrit :



Si :

1. 
2. 

### Deuxième définition (définition générale) :

Cette définition convient pour tout ensemble (borné ou non borné).

On dit qu’un nombre  fini ou infini est La *borne supérieur* ou *suprémum* de  et on écrit :



Si :

1. 
2. 

Dans cette formulation on ne se sert pas de la différence  qui n’a pas de sens pour.

Exemples :

1. Dans l’intervalle fermé  :



1. Dans l’intervalle ouvert  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à gauche  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à droite  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à droite  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à droite  :



Remarque :

Si ensemble  possède un élément maximum, alors :



## La borne inférieur ou infimum d’un ensemble

### Première définition (pour un ensemble minoré) :

On dit qu’un nombre  fini est La *borne inférieur* ou *infimum* de  et on écrit :



Si :

1. 
2. 

### Deuxième définition (définition générale) :

Cette définition convient pour tout ensemble (borné ou non borné).

On dit qu’un nombre  fini ou infini est La *borne inférieur* ou *infimum* de  et on écrit :



Si :

1. 
2. 

Dans cette formulation on ne se sert pas de la différence  qui n’a pas de sens pour.

Exemples :

1. Dans l’intervalle fermé  :



1. Dans l’intervalle ouvert  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à gauche  :



1. Dans l’intervalle semi-ouvert à droite  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle fermé illimité à droite  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à gauche  :



1. Dans l’intervalle ouvert illimité à droite  :



Remarque :

Si ensemble  possède un élément minimum, alors :



# En résumé

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ensemble | Min | Max | inf | sup | minoré | majoré | borné | Non borné |
|  |  |  |  |  | + | + | + | - |
|  | N’existe pas | N’existe pas |  |  | + | + | + | - |
|  | N’existe pas |  |  |  | + | + | + | - |
|  |  | N’existe pas |  |  | + | + | + | - |
|  | N’existe pas |  |  |  | - | + | - | + |
|  |  | N’existe pas |  |  | + | - | - | + |
|  | N’existe pas | N’existe pas |  |  | - | + | - | + |
|  | N’existe pas | N’existe pas |  |  | + | - | - | + |

# Intervalles

Soient  et  des nombres tels que.

## Intervalle fermé

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle fermé* d’origine  et d’extrémité  et noté.



1-Intervalle%20fermé

## Intervalle ouvert

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle ouvert*  d’origine  et d’extrémité  et noté.



2-Intervalle%20ouvert

## Intervalle semi-ouvert à gauche

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle semi-ouvert à gauche* d’origine  et d’extrémité  et noté.



3-Intervalle%20semi-ouvert%20à%20gauche

## Intervalle semi-ouvert à droite

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle semi-ouvert à droite* d’origine  et d’extrémité  et noté.



4-Intervalle%20semi-ouvert%20à%20droite

## Intervalle fermé illimité à gauche

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle fermé illimité à gauche* d’extrémité  et noté..



5-Intervalle%20fermé%20illimité%20à%20gauche

## Intervalle fermé illimité à droite

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle fermé illimité à droite* d’origine  et noté..



6-Intervalle%20fermé%20illimité%20à%20droite

## Intervalle ouvert illimité à gauche

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle ouvert illimité à gauche* d’extrémité  et noté..



7-Intervalle%20ouvert%20illimité%20à%20gauche

## Intervalle ouvert illimité à droite

L’ensemble des nombres  tels que  est un intervalle appelé *intervalle ouvert illimité à droite* d’origine  et noté..



8-Intervalle%20ouvert%20illimité%20à%20droite

Remarque :

1. Les symboles  et  représentent les nombres infinis.
2. Le nombre  s’appelle *longueur* de l’intervalle.